

Gottfried Wilhelm Leibniz in Wort und Schrift

Du bist SchülerIn des Leibniz-Gymnasiums, aber weißt du überhaupt, warum deine Schule so heißt? Spoiler Alert: Es ist nicht nur der Name eines knackigen Butterkekses mit gelber Verpackung. Nein, Leibniz war der letzte Universalgelehrte. Das heißt, er hatte Kenntnisse in vielen Fachbereichen, wie Mathematik, Naturwissenschaften, Theologie und Philosophie.

Der Universalgelehrte lebte im 17. und 18. Jahrhundert, kurz nach dem Dreißigjährigen Krieg, der auf dem europäischen Kontinent herrschte. Zu dieser Zeit war Vieles zerstört. Ein weiteres wichtiges Ereignis in der Epoche Leibniz' war der Beginn der wissenschaftlichen Revolution, an der Leibniz mit seinen Forschungen aktiv beteiligt war. Auch der Absolutismus, eine monarchistische Herrschaftsform, war ein geschichtliches Element, welches die Gesellschaft zu jener Zeit prägte.

Gottfried Wilhelm Leibniz wurde am 1. Juli 1646 in den letzten Jahren des Krieges in Leipzig geboren. Seine Eltern waren Friedrich Leibnütz, ein Jurist und Ethikprofessor, und Katharina Schmuck. Leibnütz? Wo kommt jetzt das Leibniz her? Die mündliche Übermittlung vereinfachte über die Jahre die Schreibweise des Nachnamens, sodass wir Leibnütz heutzutage nur unter Leibniz kennen.

Er wuchs in einer Familie mit drei Geschwistern auf, besuchte sechs Jahre die Nikolaischule in seinem Geburtsort und brachte sich neben der Schule selbst Latein und Altgriechisch bei.

Die Schulzeit war ihm aber nicht genug. Deshalb studierte er fortan Philosophie und Theologie und erweiterte seinen Horizont in den folgenden Jahren in den Bereichen Mathematik, Physik und Astronomie.

Mit zwanzig Jahren wollte Gottfried Wilhelm Leibniz auch in den Rechtswissenschaften anerkannt werden. Deshalb besuchte er eine Universität in Leipzig und stellte daraufhin einen Antrag auf einen Dokortitel an dieser Fakultät. Dieser wurde jedoch aufgrund seines jungen Alters von den Professoren der Universität abgelehnt. Trotz der Anfangsschwierigkeiten konnte Leibniz' Doktorarbeit „De casibus perplexis in jure“ die Hochschule Altdorf überzeugen. Daraufhin wurde Leibniz eine Arbeitsstelle als Professor angeboten, die er jedoch mit der Begründung, er könne sich in diesem Beruf nicht weiterbilden beziehungsweise weiterentwickeln, verweigerte.

Sein Durchbruch gelang Leibniz mit der Erfindung einer Rechenmaschine, die Aufgaben in allen vier Grundrechenarten (für alle Nicht-Mathe-Genies: das sind Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division) lösen kann. Diese Rechenmaschine funktioniert mit sogenannten Staffelwalzen, die sich mithilfe einer Kurbel drehen lassen und somit große Zahnräder verschieben.

Auch im literarischen Bereich war Leibniz tätig. Er verlor seinen Vater in jungen Jahren, sodass er mit sechs Jahren den Zugang zu dessen persönlicher Bibliothek erhielt. Dort wollte er seinen philosophischen Horizont erweitern und Livius „Geschichte Roms“ lesen. Dass er sich trotz seiner begrenzten Lateinkenntnisse an dieses Werk wagte, zeigt Leibniz' ehrgeizigen und wissbegierigen Charakter. Schon

im Alter von 19 Jahren begann Leibniz dann selbst mit dem Schreiben von Büchern, insbesondere französischsprachiger.

Leibniz veröffentlichte 1710 das Buch „Essais de theodizée sur la bonté de Dieu, la liberté de l'homme et l'origine du mal“ oder einfach gesagt, Theodizee. Er beschäftigt sich mit der bekannten Theodizee-Frage, warum der allwissende und allmächtige Gott Leid zulässt. Leibniz strebte nämlich nach der „besten aller möglichen Welten“, welche sich stetig weiterentwickelt und auf dem Zusammenspiel zwischen Gut und Böse basiert. Vier Jahre später publizierte Leibniz außerdem das Buch „La monadologie“.

Im Laufe seines Lebens wechselte Gottfried Wilhelm Leibniz seinen Standort nach Paris, wo er als Bibliothekar arbeitete und das Katalogsystem entwickelte. Diese besondere Form der Ordnung organisierte den Aufbau einer Bibliothek und wurde als revolutionär angesehen.

Dann gibt es noch eine weitere Sache mit der Mathematik (scheint wohl sein Lieblingsfach gewesen zu sein): 1675 entwickelte er nämlich die Infinitesimalrechnung, also die Differenzial- und Integralrechnung, die ihr in der Oberstufe kennenlernen werdet. Leibniz veröffentlichte seine Erfindung 1684.

Das Problem war jedoch, dass unser altbekannter Physiker Sir Isaac Newton die Entdeckung bereits zehn Jahre zuvor machte, sie aber erst 1687, also NACH Leibniz, publizierte. Newton beschuldigte Leibniz, ihm seinen Entwurf geklaut zu haben und erhob einen Plagiatsvorwurf gegen ihn. Der daraus resultierende große Wissenschaftsskandal, der auch als Prioritätsstreit bekannt ist, endete nicht mit dem Tod von Leibniz, sondern ging darüber hinaus. Auch andere Wissenschaftler, wie Johann Bernoulli und Brook Taylor, beteiligten sich an dem Konflikt.

Habt ihr euch den Haupteingang unserer Schule schon mal genauer angeschaut? Seit letztem Jahr ist dort ein $\pi/4$ an der Wand aufzufinden. Und habt ihr euch nicht auch schonmal gefragt, warum der mathematische Ausdruck so zentral in unserer Schule zu sehen ist? Die Antwort kommt sofort: Natürlich hat auch dies wieder etwas mit unserem hohen Mathematiker zu tun, denn Gottfried Wilhelm Leibniz entwickelte eine Formel zur Annäherung an die Kreiszahl π in den Jahren 1673 bis 1676.

Aber Leibniz war doch nicht den ganzen lieben langen Tag am Lernen, oder?

Nein, aber er verbrachte sein Leben in Hannover stets mit anderen Gelehrten. Außerdem war er an der Politik interessiert und setzte sich viel mit deren Verwaltung und Ordnungsstrukturen auseinander.

Daneben trat er 1666 dem mystischen Geheimbund der Rosenkreuzer bei. Die Gruppe suchte, wie Harry Potter und Co., nach einem legendären Objekt. Wovon ist wohl die Rede? Richtig, vom Stein der Weisen. Dieser versprach die Umwandlung von Metallen in Gold – wäre doch praktisch, findet ihr nicht? Obwohl die Suche erfolglos blieb, erlangte Leibniz durch einen alchemistischen Brief die Position als Sekretär.

Gottfried Wilhelm Leibniz war weder verheiratet noch hatte er Kinder. Er lebte also allein und konnte sich ein wohlhabendes Leben in der Oberschicht leisten. Dass er einem angesehenen Milieu angehörte, konnte man unter anderem direkt an seinem äußeren Erscheinungsbild erkennen, denn Leibniz trug als Statussymbol und weil es gerade in der Mode war, eine Perücke. Diese ist natürlich

besonders von Vorteil, wenn es im Winter kälter wird oder wenn man, wie Leibniz, eine Glatze hat.

Nun gut, jetzt wissen wir Einiges über den Universalgelehrten Leibniz. Warum aber heißt ausgerechnet unsere Schule Leibniz-Gymnasium? Was hat Leibniz mit der Lockfinker Straße 23 zu tun? Dazu müssen wir erst einmal einen Blick in die vergangene Schulgeschichte werfen. Seit 1967 gibt es in Remscheid eine Schule, die nach Leibniz benannt ist. Wir gehen davon aus, dass der Name besonders geeignet war, weil unsere Schule damals einen naturwissenschaftlichen Schwerpunkt hatte. Sie war jedoch nicht von Anfang an in Lüttringhausen, sondern in der Brüderstraße, zentral in Remscheid.

1986 wurde die Schule aus der Brüderstraße nach Klausen verlegt. Seitdem halten wir das Universalgenie Gottfried Wilhelm Leibniz in Ehren und feiern dessen Geburtstag. So gab es beispielsweise Anfang der 1990er Jahre eine Leibniz gewidmete Festwoche. Bis zum heutigen Tag kennt man das Gymnasium, unser Gymnasium, unter dem Namen Leibniz-Gymnasium.

Und falls sich jetzt noch jemand fragt, warum die berühmte Butterkeksmarke mit gelber Verpackung den Namen Leibniz trägt, dann lässt sich das nun auch beantworten. Leibniz verbrachte einen großen Teil seines Lebens in Hannover. Der Gründer der Leibniz-Cakes, Hermann Bahlsen, kam aus Hannover und wollte den Keks nach dem berühmtesten Bürger Hannovers, Gottfried Wilhelm Leibniz, benennen und Leibniz somit ehren.

Im November 1716 starb der Erfinder und Denker, doch seine Ideen und Errungenschaften sind bis heute Bestandteil der Wissenschaft und Gesellschaft. Nun gut, doch wie alt wurde das Genie? Habt ihr aufgepasst, dann macht's wie Leibniz und rechnet's aus!

Für alle, die noch tiefer in Leibniz Gedankengänge eintauchen wollen, gibt es hier noch einen Einblick in seine mathematischen Überlegungen zu $\pi/4$.

Achtung: Falls ihr im Matheunterricht nur Bahnhof versteht, solltet ihr jetzt besser abschalten und aufhören zu lesen ;)

Nele Röllinghoff und Rieke Thielker

Die Leibnizreihe, deren Ergebnis am Haupteingang des Leibniz-Gymnasiums direkt unter dem Portrait von Gottfried Wilhelm Leibniz verewigt ist:

Es gilt: $\sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i \frac{1}{2i+1} = \frac{\pi}{4}$ oder, anders notiert:

$$1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} \pm \dots = \frac{\pi}{4}.$$

Beweis:

Wir betrachten die Umkehrfunktion der Tangensfunktion, den Arcustangens, kurz $f(x) = \arctan(x)$. Wir nutzen dabei die Darstellung des zugehörigen Winkels in Polarkoordinaten.

Da die Tangensfunktion nicht injektiv ist, muss sie auf einen bestimmten Zahlenbereich eingeschränkt werden, damit sie umkehrbar wird. Dies ist bei der Tangensfunktion üblicherweise das Intervall $] -90^\circ; 90^\circ[$ bzw. in Polarkoordinaten $\left] -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right[$.

Die Ableitung der arctan-Funktion ergibt sich durch Anwendung der Ableitungsregel für Umkehrfunktionen zu $\arctan'(x) = \frac{1}{1+x^2}$. Da die arctan-Funktion beliebig oft differenzierbar ist, lässt sie sich in einer Taylorreihe $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!} (x-a)^n$ darstellen.

Wenn wir diese Taylorreihe speziell um $a = 0$ entwickeln, ergibt sich $\arctan(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\arctan^{(n)}(0)}{n!} x^n = \arctan(0) + \arctan'(0) \cdot x + \frac{\arctan''(0)}{2} x^2 + \frac{\arctan'''(0)}{6} x^3 + \dots$

Wenn wir nun noch den speziellen Wert $x = 1$ betrachten, ergibt sich $\frac{\pi}{4} = \arctan(1) = \arctan(0) + \arctan'(0) + \frac{1}{2} \arctan''(0) + \frac{1}{6} \arctan'''(0) + \dots$

Jetzt bleibt nur die Berechnung der allgemeinen Ableitungen der arctan-Funktion sowie die Berechnung des Wertes dieser Ableitungen an der uns interessierenden Stelle $a = 0$, hier schon einmal zusammengefasst:

$$\begin{aligned} \arctan(0) &= 0; \arctan'(0) = 1; \arctan''(0) = 0; \\ \arctan'''(0) &= -2; \arctan^{IV}(0) = 0; \arctan^V(0) = 24. \end{aligned}$$

$$\text{Daraus folgt dann } \frac{\pi}{4} = 0 + 1 + 0 - \frac{2}{6} + 0 + \frac{24}{120} + \dots$$

$$\text{und daraus schließlich } \frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} \mp \dots, \text{ q.e.d.}$$

Jetzt folgen noch als Ergänzung die explizite Berechnung der Ableitung der arctan-Funktion mit Hilfe der Umkehrfunktion sowie die Berechnungen der Ableitungen der arctan-Funktion mit Hilfe der Quotienten- und der Kettenregel.

Zunächst zur Berechnung der Ableitung der arctan-Funktion:

Die Ableitung einer Umkehrfunktion berechnet man allgemein durch: $(f^{-1})'(x) = \frac{1}{f'(f^{-1}(x))}$. Sei nun $f(x) = \tan(x^*) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$. Daraus folgt:

* An dieser Stelle endet der Text des Portraits, ihr dürft aber trotzdem gerne weiter lesen:)

$$f'(x) = \tan'(x) = \frac{\cos^2(x) - (-\sin^2(x))}{\cos^2(x)} = \frac{\cos^2(x) + \sin^2(x)}{\cos^2(x)} = 1 + \frac{\sin^2(x)}{\cos^2(x)} \\ = 1 + \tan^2(x).$$

Damit gilt $\arctan'(x) = \frac{1}{1+\tan^2(\arctan(x))} = \frac{1}{1+x^2}$.

Kommen wir jetzt zur konkreten Berechnung der ersten bis fünften Ableitung der Arcustangens-Funktion, zunächst allgemein und danach an der uns interessierenden Stelle $a = 0$.

Berechnung der ersten Ableitung: $\arctan'(x) = \frac{1}{1+x^2}$. Daraus folgt $\arctan'(0) = 1$.

Berechnung der zweiten Ableitung: $\arctan''(x) = \left(\frac{1}{1+x^2}\right)' = \frac{-2x}{(1+x^2)^2}$. Daraus folgt $\arctan''(0) = 0$.

Berechnung der dritten Ableitung: $\arctan'''(x) = \left(\frac{-2x}{(1+x^2)^2}\right)' = \frac{-2(1+x^2)^2 + 2x \cdot (4x \cdot (1+x^2))}{(1+x^2)^4} = \frac{-2(1+x^2) + 8x^2}{(1+x^2)^3} = \frac{-2+6x^2}{(1+x^2)^3}$. Daraus folgt $\arctan'''(0) = -2$.

Berechnung der vierten Ableitung: $\arctan^{IV}(x) = \left(\frac{-2+6x^2}{(1+x^2)^3}\right)' = \frac{12x(1+x^2)^3 - (-2+6x^2) \cdot 6x(1+x^2)^2}{(1+x^2)^6} = \frac{12x(1+x^2) + (-2+6x^2) \cdot 6x}{(1+x^2)^4} = \frac{12x+12x^3+12x-36x^3}{(1+x^2)^4} = \frac{24x-24x^3}{(1+x^2)^4}$. Daraus folgt $\arctan^{IV}(0) = 0$.

Berechnung der fünften Ableitung: $\arctan^V(x) = \left(\frac{24x-24x^3}{(1+x^2)^4}\right)' = \frac{(24-72x^2)(1+x^2)^4 - (24x-24x^3) \cdot 8x(1+x^2)^3}{(1+x^2)^8} = \frac{(24-72x^2)(1+x^2) - 8x(24x-24x^3)}{(1+x^2)^5} = \frac{24+24x^2-72x^2-72x^4-192x^2+192x^4}{(1+x^2)^5} = \frac{24-240x^2+120x^4}{(1+x^2)^5}$. Daraus folgt $\arctan^V(0) = 24$.

Diese Berechnungen kann man im Prinzip immer weiter fortführen und erhält damit (unter Nutzung der Quotienten- und der Kettenregel) die weiteren Ableitungen der Arcustangens-Funktion. Dabei fällt auf, dass die geraden Ableitungen der Arcustangens-Funktion an der Stelle 0 immer gleich 0 sind. Deshalb sind die entsprechenden Glieder der Taylorreihe der Funktion $\arctan(x)$ ebenfalls gleich Null und die Taylorreihe besteht nur aus Potenzen mit ungeradem Exponenten. Ebenfalls fällt auf, dass die Vorzeichen der von Null verschiedenen Ableitungen der Arcustangens-Funktion an der Stelle 0 immer abwechselnd positiv und negativ sind. Daraus resultiert die spätere Eigenschaft der Leibnizreihe, alternierend zu sein.

Thomas Giebisch

Namen der mitwirkenden Schüler in Leserichtung

Patch-Nr.	Name
A1	Liana Jirova
B1	Luisa Overath
C1	Louisa Sirrenberg
D1	Annika Harrach
E1	Joshua Gawenda
F1	Trixie Paulisch
G1	Emira Rexhepi
A2	Paula Welke
B2	Ilva Thöne
C2	Hendrik Kasperczyk
D2	Emilia Chierico
E2	Hannah Brendler
F2	Paul Niedzwiadek
G2	Sara Yenidünya
A3	Zoe Gemmel
B3	Moritz Arnz
C3	Luke Brosig
D3	Samira Pitscher
E3	Julia Seidel
F3	Emma Koch
G3	Regina Ils
A4	Nele Röllinghoff
B4	Rieke Thielker
C4	Nele Noll
D4	Sevval Arpaciglu
E4	Alessia Gangale
F4	Robin Päppinghaus
G4	Nina Kalder
A5	Felix Haug
B5	Okan Bök
C5	Mia Simeit
D5	Mia Luna Martzinek & Yasin Arpaciglu
E5	Malte Klarhoff
F5	Marc Fischer
G5	Mike Ginschel
A6	Tugba Akin
B6	Heidi Zimmermann
C6	Lilian Zarniko
D6	Lisa Peschges
E6	Meryem Tuana Dogan
F6	Emilia Mika
G6	Nikita Hense
A7	Maja Rottmann
B7	Lena Holz
C7	Noah Flohr
D7	Nils Piorek
E7	Alexis Fritz
F7	Luis Konow
G7	Amiel Amesse

